



Fundamentos da Computação I

Conteúdo Visto

- Sintaxe e Semântica da Logica Proposicional
 - Definimos uma proposição
 - Aprendemos os conectivos lógicos
 - Tradução
- Tabela Verdade
- Sistema de Especificação
- Relações Lógicas
 - Implicação Lógica
 - Equivalência

Relação entre Proposições

- Na lógica temos duas relações
 - Implicação
 - Equivalência

Na matemática as
relações são:

$=, >, <, \neq$

Entre outras.



Implicação Lógica

- Diz-se que uma proposição (composta) P **implica logicamente** ou apenas **implica** uma proposição (composta) Q, se Q é verdadeira todas as vezes que P é verdadeira.

Implicação Lógica

- Diz-se que uma proposição (composta) P **implica logicamente** ou apenas **implica** uma proposição (composta) Q, se Q é verdadeira todas as vezes que P é verdadeira.

Isso quer dizer que
Se $\text{Valor}(P) = V$ então
 $\text{Valor}(Q) = V$



Implicação Lógica

- Diz-se que uma proposição (composta) P **implica logicamente** ou apenas **implica** uma proposição (composta) Q, se Q é verdadeira todas as vezes que P é verdadeira.

Denotamos a
implicação por \Rightarrow



$(p \wedge q) \Rightarrow (p)$? Sim **Implicação Lógica**

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim q$
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

$(p \vee q) \Rightarrow (p)$?

Implicação Lógica

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim q$
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

$(p \vee q) \Rightarrow (p)$? Não **Implicação Lógica**

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim q$
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

$((p \vee q) \wedge \sim p) \Rightarrow (q)$? Implicação Lógica

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim q$
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

Implicação Lógica

$((p \vee q) \wedge \sim p) \Rightarrow (q)$? Sim

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim q$
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

Implicação Lógica

$$((p \vee q) \wedge \sim q) \Rightarrow (p) ?$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim q$
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

Implicação Lógica

$((p \vee q) \wedge \sim q) \Rightarrow (p)$? Sim

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim q$
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

Relação entre Proposições

- Na lógica temos duas relações
 - Implicação
 - **Equivalência**

Agora vamos falar de uma segunda relação. A equivalência.



Equivalências Lógicas

- Diz-se que uma proposição P é **logicamente equivalente** ou apenas **equivalente** a uma proposição Q se as tabelas verdade destas duas proposições são **idênticas**.

Equivalências Lógicas

- Diz-se que uma proposição P é **logicamente equivalente** ou apenas **equivalente** a uma proposição Q se as tabelas verdade destas duas proposições são **idênticas**.
- Equivalências são usadas na argumentação matemática para substituir uma proposição por outra.

Equivalências Lógicas

- Diz-se que uma proposição P é **logicamente equivalente** ou apenas **equivalente** a uma proposição Q se as tabelas verdade destas duas proposições são **idênticas**.
- Símbolo Utilizado: \Leftrightarrow , \equiv

Lógica – Tabela Conectivos

- Bicondicional: $p \leftrightarrow q$
 - Você pode tomar o avião. (p)
 - Você comprou passagem. (q)
 - Você pode tomar o avião se e somente se comprou passagem.

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Lógica – Tabela Conectivos

- Bicondicional: $p \leftrightarrow q$
 - $p \rightarrow q$
 - $q \rightarrow p$
 - $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Lógica – Tabela Conectivos

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

A coluna dessas duas proposições são idênticas, logo são equivalentes!

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	V	V	

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

São equivalentes



Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

- $\sim q \rightarrow \sim p$ é chamada de contrapositiva de $p \rightarrow q$

Equivalências Lógicas

- Exemplos: condicional e sua oposta

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	V

↑ ↑
Não são equivalentes

Equivalências Lógicas

- Exemplos: condicional e sua inversa/contrária

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim p \rightarrow \sim q$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	V

↑ ↑
Não são equivalentes

Equivalências Lógicas

- Teorema:
 - As proposições compostas P e Q são chamadas logicamente equivalentes se $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.

Equivalências Lógicas

- Teorema:
 - As proposições compostas P e Q são chamadas logicamente equivalentes se $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

Equivalências Lógicas

- Teorema:
 - As proposições compostas P e Q são chamadas logicamente equivalentes se $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.
- A notação $P \equiv Q$ indica que P e Q são logicamente equivalentes.

Equivalências Lógicas

- Teorema:
 - As proposições compostas P e Q são chamadas logicamente equivalentes se $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.
- O símbolo \equiv não é um conectivo lógico e sim uma relação.

Equivalências Lógicas Propriedades

- Reflexiva (idem implicação)
 - $P \equiv P$
- Simétrica (não vale na implicação)
 - Se $P \equiv Q$ então $Q \equiv P$
- Transitiva (idem implicação)
 - Se $P \equiv Q$ e $Q \equiv R$ então $P \equiv R$