
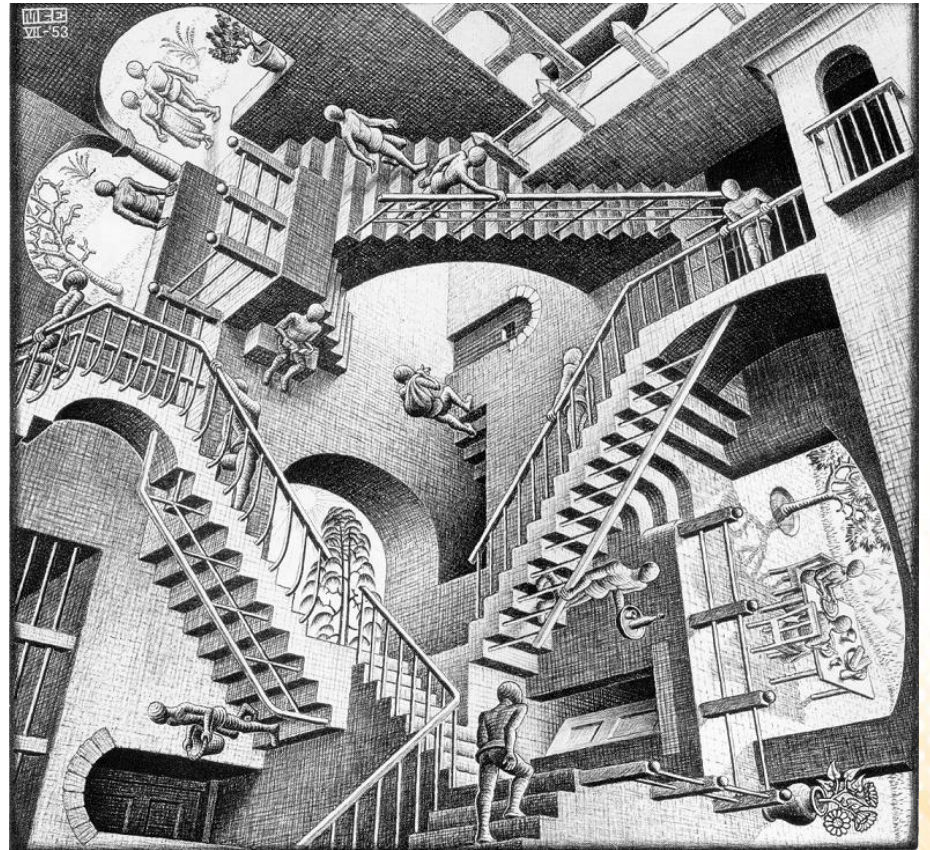
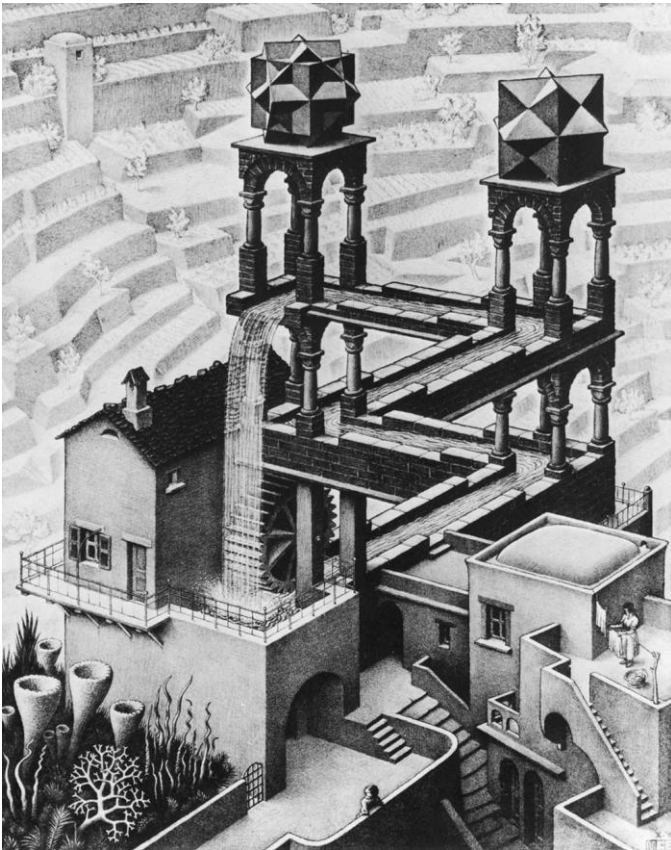



Introdução

- As seguintes sentenças são Verdadeiras ou Falsas?
 1. *Alguém diz: “Estou mentido agora!”;*
 2. *Alguém diz: “Esta sentença é falsa!”;*
 3. *Um homem natural de Creta, em praça pública, anuncia: “Todo cretense é mentiroso!”;*
- 

Introdução



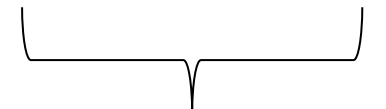
Definições Recursivas

- Em uma definição recursiva um item é definido em termos de si mesmo, ou seja, **o item que está sendo definido aparece como parte da definição;**
 - Em todas as funções recursivas existe:
 - **Caso base** (um ou mais) cujo resultado é imediatamente conhecido;
 - **Passo recursivo** em que se tenta resolver um sub-problema do problema inicial.
- 

Definições Recursivas

- Função fatorial: $fat(n) = n \times (n - 1) \times \dots \times 1$
- A função fatorial pode ser definida recursivamente como:

$$fat(n) = \begin{cases} 1, se\ n = 0 & \longleftarrow \text{Caso Base} \\ n \times fat(n - 1), se\ n > 0 & \longleftarrow \text{Passo Recursivo} \end{cases}$$

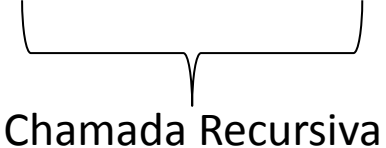

Chamada Recursiva

- O **caso base** é uma situação trivial da função, onde calcular o valor da função é imediato e direto.

Definições Recursivas

- Função fatorial: $fat(n) = n \times (n - 1) \times \dots \times 1$
- A função fatorial pode ser definida recursivamente como:

$$fat(n) = \begin{cases} 1, se\ n = 0 & \longleftarrow \text{Caso Base} \\ n \times fat(n - 1), se\ n > 0 & \longleftarrow \text{Passo Recursivo} \end{cases}$$


Chamada Recursiva

- O **passo recursivo** é a aplicação recursiva da função em uma versão de menor porte do problema.

Definições Recursivas

- **Solução Conceitual:**

- Problema de Ordem- n :

$fat(n): \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ←

A função *fat* recebe um número natural n e retorna um número natural que é o fatorial de n

- Precondição:

$n \in \mathbb{N}$ ←

n só pode ser um número natural

- Caso(s) Base:

$n = 0 \rightarrow fat(n) = 1$ ←

Se n é zero, a função *fat* retorna 1

- Chamada Recursiva:

$fat(n - 1)$ ←

valor de *fat* para $n-1$ é necessário

- Passo Recursivo:

$fat(n) = n * fat(n - 1)$ ←

A função *fat* retorna o valor de n multiplicado pelo valor de *fat* para $n-1$

Funções Recursivas

- Na programação, uma função recursiva é aquela que faz uma chamada para si mesma;
- Essa chamada pode ser:
 - **Direta:** uma função A chama a ela própria
 - **Indireta:** função A chama uma função B que, por sua vez, chama A

```
void func_rec(int n)
{
    ...
    func_rec(n-1);
    ...
}
```

← Recursao Direta

Funções Recursivas

- Função recursiva para cálculo de fatorial:

$$fat(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0 \quad \leftarrow \text{Caso Base} \\ n \times fat(n - 1), & \text{se } n > 0 \quad \leftarrow \text{Passo Recursivo} \end{cases}$$

Chamada Recursiva

```
int fat(int n)
{
    if (n==0) ← Caso Base
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1); ← Passo Recursivo
}
```


Funções Recursivas

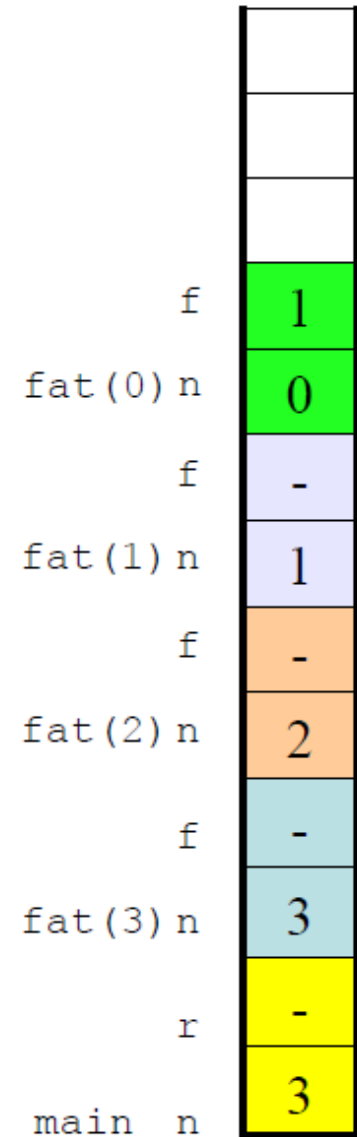
- **Comportamento de uma função recursiva:**
 - Quando uma função é chamada recursivamente, cria-se um ambiente local para cada chamada;
 - As variáveis locais de chamadas recursivas são independentes entre si, como se estivéssemos chamando funções diferentes;

Funções Recursivas

```
#include <stdio.h>

int fat(int n)
{
    int f;
    if (n == 0)
        f = 1;
    else
        f = n * fat(n-1);
    return f;
}

int main(void)
{
    int n = 3, r;
    r = fat(n);
    printf("Fatorial de %d = %d \n", n, r);
    return 0;
}
```

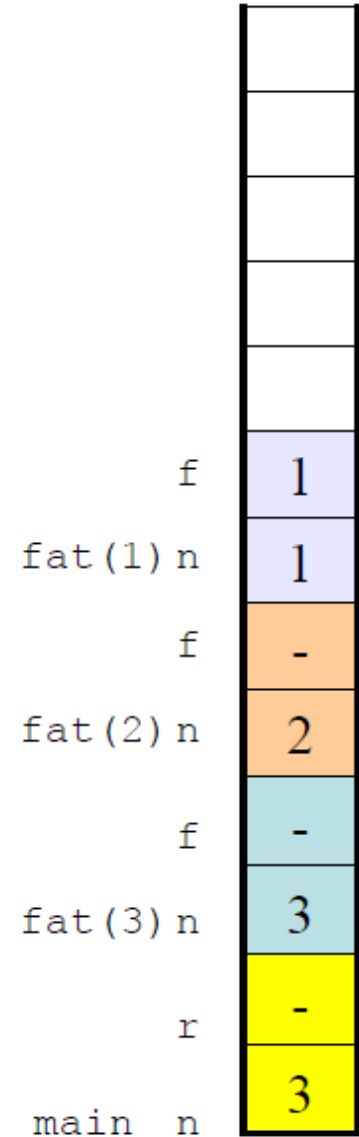


Funções Recursivas

```
#include <stdio.h>

int fat(int n)
{
    int f;
    if (n == 0)
        f = 1;
    else
        f = n * fat(n-1);
    return f;
}

int main(void)
{
    int n = 3, r;
    r = fat(n);
    printf("Fatorial de %d = %d \n", n, r);
    return 0;
}
```

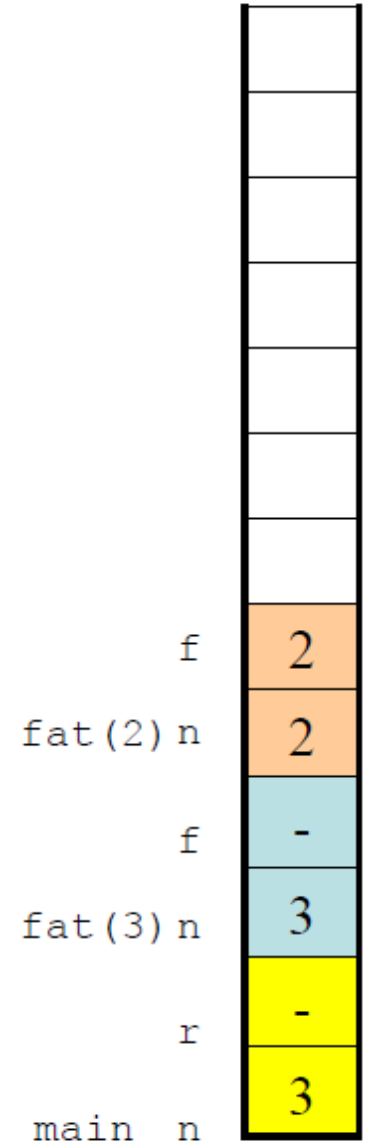


Funções Recursivas

```
#include <stdio.h>

int fat(int n)
{
    int f;
    if (n == 0)
        f = 1;
    else
        f = n * fat(n-1);
    return f;
}

int main(void)
{
    int n = 3, r;
    r = fat(n);
    printf("Fatorial de %d = %d \n", n, r);
    return 0;
}
```

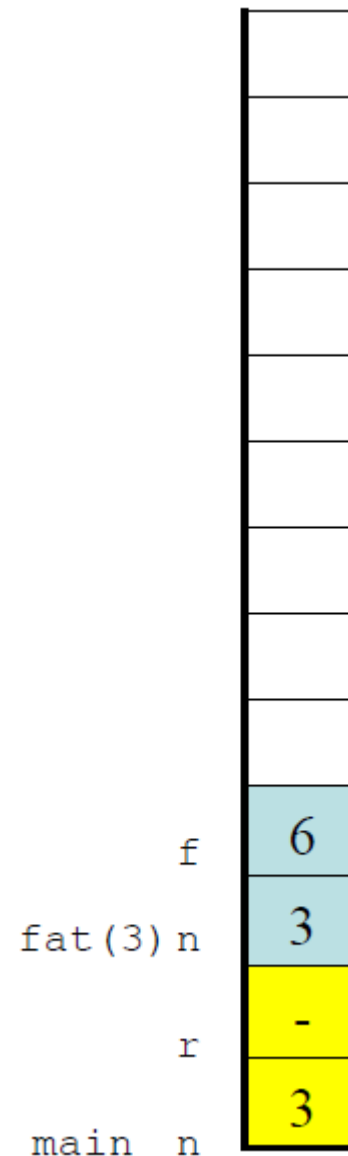


Funções Recursivas

```
#include <stdio.h>

int fat(int n)
{
    int f;
    if (n == 0)
        f = 1;
    else
        f = n * fat(n-1);
    return f;
}

int main(void)
{
    int n = 3, r;
    r = fat(n);
    printf("Fatorial de %d = %d \n", n, r);
    return 0;
}
```

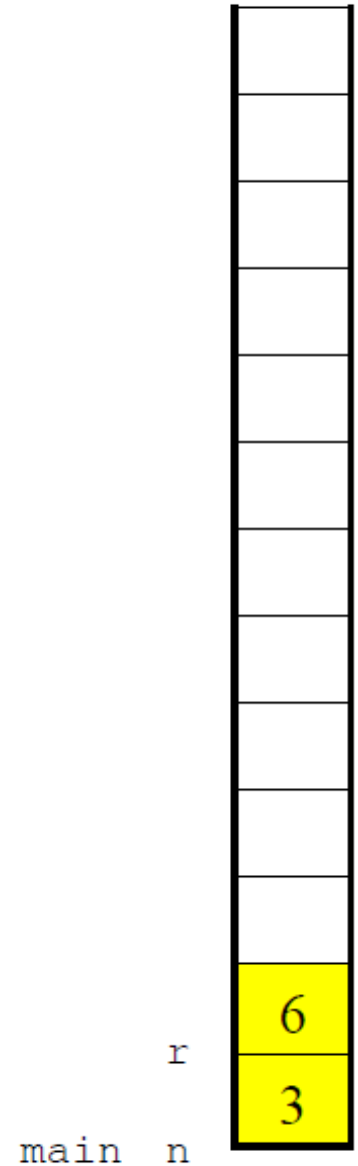


Funções Recursivas

```
#include <stdio.h>

int fat(int n)
{
    int f;
    if (n == 0)
        f = 1;
    else
        f = n * fat(n-1);
    return f;
}

int main(void)
{
    int n = 3, r;
    r = fat(n);
    printf("Fatorial de %d = %d \n", n, r);
    return 0;
}
```



Funções Recursivas

- **Exercício:** forneça a definição recursiva para a operação de potenciação:

$$x^n = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0 & \longleftarrow \text{Caso Base} \\ x \times x^{(n-1)}, & \text{se } n > 0 & \longleftarrow \text{Passo Recursivo} \end{cases}$$

```
int pot(int x, int n)
{
    if (n == 0)
        return 1;
    else
        return x * pot(x, n-1);
}
```


Manipulação de Cadeias de Caracteres

- É possível utilizar **funções recursivas** para manipular cadeias de caracteres;
- Baseiam-se em uma definição recursiva de cadeias de caracteres:
 - Uma cadeia de caracteres é:
 - a cadeia de caracteres vazia; ou
 - um caractere seguido de uma cadeia de caracteres.

Manipulação de Cadeias de Caracteres

- Implementação recursiva da função “imprime”:

```
void imprime_rec(char* s)
{
    if (s[0] != '\0')
    {
        printf("%c", s[0]);
        imprime_rec(&s[1]);
    }
}
```

```
int main (void)
{
    char cidade[] = "Rio de Janeiro";
    imprime_rec(&cidade[0]);
    return 0;
}
```

Manipulação de Cadeias de Caracteres

- Implementação recursiva da função “imprime invertido”?:

```
void imprime_inv(char* s)
{
    if (s[0] != '\0')
    {
        imprime_inv(&s[1]);
        printf("%c", s[0]);
    }
}
```

```
int main (void)
{
    char cidade[] = "Rio de Janeiro";
    imprime_inv(&cidade[0]);
    return 0;
}
```

Manipulação de Cadeias de Caracteres

- Implementação recursiva da função “comprimento”?:

```
int comprimento(char s[])
{
    int i, n = 0;
    for (i=0; s[i] != '\0'; i++)
    {
        n++;
    }
    return n;
}
```

versão iterativa

```
int comprimento_rec(char* s)
{
    if (s[0] == '\0')
        return 0;
    else
        return 1 + comprimento_rec(&s[1]);
}
```

versão recursiva